# ثانياً رتب حليا تؤول طبقا لشرط

قبل ما تحلها $y'' + y' + cy = F(x)$ ← مش بتساوي صفر

الحل العام $y_G = y_c + y_p$

$y_c$ ← متجانسة

$y_p$ ← تؤول لمتجانسة

$y_p$ ← الدالة $F(x)$

① كثيرة الحدود $nx^2$ ⇐ $y_p = Ax^2 + Bx + C$ ← نعوض في المعادلة الأساسية

$y_p'$ ، $y_p''$

② $\sin kx$ ، $\cos kx$ ⇐ $y_p = A\cos kx + B\sin kx$ ← نعوض في المعادلة الأساسية

$y_p'$ ، $y_p''$

③ $e^{kx}$ ⇐ $y_p = Ae^{kx}$ ← نعوض في المعادلة الأساسية

$y_p'$ ، $y_p''$

⊛ ومن النهاية بتجيب قيمة الثوابت اللي هما A و B

⊛ ونزل بالحل النهائي بحيث

$y_G = y_c + y_p$

$y_c$ ← متجانسة حل عادي

$y_p$ ← تؤول لمتجانسة

## Ex(1)

$y'' - 3y' - 4y = 4x^2$ (2) → تؤول طب بالبية

$f(x)$ ← ريت على

الحل

$\therefore y_G = y_c + y_p$

$y_c$ ← ما تعوض أبدًا كما هي

$y_p$ ← ما تعوض أبدًا كما هي

let

$y_p = Ax^2 + Bx + C$

$y_p' = 2Ax + B$

$y_p'' = 2A$

عند التعويض في المعادلة الأساسية (2)

$\therefore y'' - 3y' - 4y = 4x^2$

$(2A) - 3(2Ax + B) - 4(Ax^2 + Bx + C) = 4x^2$

$2A - 6Ax - 3B - 4Ax^2 - 4Bx - 4C = 4x^2$

$A = -1$

$-6Ax - 4Bx \pm 0x$

$x(6 - 4B) = 0x$

$6 - 4B = 0 \rightarrow -4B = -6$

$\therefore B = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

$2A - 3B - 4C = 0$

$-2 - \frac{9}{2} - 4C = 0$

$-\frac{13}{2} - 4C = 0 \rightarrow -4C = \frac{13}{2}$

$\therefore C = \frac{-13}{8}$

$y_c'' - 3y_c' - 4y_c = 0$

$q^2 - 3q - 4 = 0$

$q_1 = 4$

$q_2 = -1$

$\therefore y_c = c_1 e^{q_1 x} + c_2 e^{q_2 x}$

$y_c = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x}$

$\therefore y_G = y_c + y_p$

$y_G = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} + Ax^2 + Bx + C$

$y_G = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} - x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{13}{8}$

## Ex(2)

$$y'' - 3y' - 4y = 2\sin x$$

الحل

$\therefore y_G = y_c + y_p$

$y'' - 3y' - 4y = 0$

$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$

$\lambda_1 = 4$

$\lambda_2 = -1$

$\therefore y_c = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$

$\therefore y_c = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-1x}$

let

$y_p = A\cos x + B\sin x$

$y_p' = -A\sin x + B\cos x$

$y_p'' = A\cos x - B\sin x$

وعند التعويض في المعادلة الأساسية

$\therefore y'' - 3y' - 4y = 2\sin x$

$(-A\cos x - B\sin x) - 3(-A\sin x + B\cos x) - 4(A\cos x + B\sin x) = 2\sin x + 0\cos x$

للتبسيط

$\therefore -A\cos x - B\sin x + 3A\sin x - 3B\cos x - 4A\cos x - 4B\sin x = 2\sin x + 0\cos x$

$\sin x(-B + 3A - 4B) = 2\sin x$

$\therefore 3A - 5B = 2 \longrightarrow (1)$

$\cos x(-A - 3B - 4A) = 0\cos x$

$\therefore -5A - 3B = 0 \longrightarrow (2)$

(2 r.l e)

$3A - 5B = 2$
$-5A - 3B = 0$ → $\times \frac{5}{3}$

$\therefore -5A - \frac{25}{3}B = \frac{10}{3}$
$-5A - 3B = 0$

$\therefore \frac{-34}{3}B = \frac{10}{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{5}{-17}}$

ونعوض قيمة B في المعادلة A

$\therefore \boxed{A = \frac{3}{17}}$

$y_G = y_c + y_p$

$y_G = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-x} + A\cos x + B\sin x$

$y_G = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-x} + \frac{3}{17}\cos x + \frac{-5}{17}\sin x$

#

h.w

$\boxed{y'' - y' - 2y = 8\sin 2x}$

$y_G = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + \frac{-3}{20}\sin 2x + \frac{1}{20}\cos 2x$

$y_G = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{20}\cos 2x + \frac{-3}{20}\sin 2x$

## Ex (3)

$y'' - 3y' - 4y = 2e^x$ → تفاضل

الحل

$\therefore y_G = y_c + y_p$

$y'' - 3y' - 4y = 0$

$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$

$\lambda_1 = 4$

$\lambda_2 = -1$

$\therefore y_c = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$

$y_c = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x}$

let → المطلوب دا

$y_p = Ae^x$ → قاعدة

$\therefore y_p' = Ae^x$

$y_p'' = Ae^x$

⊗ وعند التعويض في المعادلة الأساسية

$\therefore y'' - 3y' - 4y = 2e^x$

$(Ae^x) - 3(Ae^x) - 4(Ae^x) = 2e^x$

$Ae^x - 3Ae^x - 4Ae^x = 2e^x$

$e^x(A - 3A - 4A) = 2e^x$

$\therefore -6A = 2 \Rightarrow \therefore \boxed{A = \frac{-1}{3}}$

$\therefore y_G = y_c + y_p$

$y_G = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} + Ae^x$

$y_G = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x} + \frac{-1}{3} e^x$

$\boxed{y'' - y' - 2y = e^{3x}}$ → h.w $A = 1/4$