خطوات حل المعادلات التفاضلية بتحويل المتغيرات "متوازيات"

Ex (1)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + y - 5}{x + y + 1}$$

← معادلة خط مستقيم

تحويل المتغيرات

① هل متوازي أم متقاطع ؟

$$a_1 b_2 = a_2 b_1$$

$$1 \times 1 = 1 \times 1$$

∴ متوازيات ← "لو بيقاطع"

① $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y - 5}{x + y + 1}$ ← "ظبط المعادلة بحيث يكون فيه تكرار"

② let $z = x + y$ (التكرار) $\xrightarrow{\partial/\partial x}$ $\frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$

③ عوض $\frac{dy}{dx} = \frac{z - 5}{z + 1}$

④ $\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1$ ← "كده حسب المعادلة"

⑤ $\frac{dz}{dx} - 1 = \frac{z - 5}{z + 1}$ ← "فصل المتغيرات"

$$\frac{dz}{dx} = \frac{z - 5}{z + 1} + 1 \rightarrow \frac{z + 1}{z + 1}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{2z - 4}{z + 1} \Rightarrow \int dx = \int \frac{z + 1}{2z - 4}\, dz$$

$$\therefore x = \int \frac{z+1}{2(z-2)}\, dz$$

نضرب ونقسم 2

$$x = \frac{1}{2}\int \frac{z+1}{z-2}\, dz$$

"نفصل المقدار"

$$x = \frac{1}{2}\int \frac{(z-2)+(2+1)}{z-2}\, dz$$

(×2)

$$x = \frac{1}{2}\int \left(\frac{z-2}{z-2} + \frac{3}{z-2}\right) dz$$

$$2x = \int \left(1 + \frac{3}{z-2}\right) dz$$

$$2x = z + 3\ln(z-2) + C$$

كمل جميلك ورجع الـ z

$$\therefore 2x = x+y + 3\ln(x+y-2) + C$$

$$x = y + 3\ln(x+y-2) + C$$

#

Ex(2)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y-1}{4x+2y+5}$$

* نقول طبعا تساوي
* تقاطع ام توازي ؟

الحل

(1) $a_1 b_2 = a_2 b_1$

$2 \times 2 = 1 \times 4$ ⟹ متوازيين

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y-1}{2(2x+y)+5}$

(2) $z = 2x+y$ ⟹ d/dx ⟹ $\frac{dz}{dx} = 2 + \frac{dy}{dx}$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{z-1}{2z+5}$

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 2$

(5) $\frac{dz}{dx} - 2 = \frac{z-1}{2z+5}$ ⟹ "فصل المتغيرات"

$\frac{dz}{dx} = \frac{z-1}{2z+5} + 2 = \frac{z-1+4z+10}{2z+5}$

$\frac{dz}{dx} = \frac{5z+9}{2z+5}$ ⟹ "أفصل وحاسب التكامل"

$\int dx = \int \frac{2z+5}{5z+9} dz$

$x = 2\int \frac{z+5/2}{5z+9} dz$ ⟹ (25/2)

$x = \frac{2}{5}\int \frac{5z+12,5}{5z+9} dz$

$x = \frac{2}{5}\int \frac{5z+9+3,5}{5z+9} dz$ ⟹ "أفصل المقامات"

$\frac{5}{5}$

$$\therefore x = \frac{2}{5}\int \left(\frac{5z+9}{5z+9} + \frac{7}{2}\cdot\frac{1}{5z+9}\right) dz$$

* "عشان أخد ثابت المقام، هضرب البسط وا المقام في نفس الضرب $\times \frac{5}{5}$

$$\therefore x = \frac{2}{5}\int \left(1 + \frac{7}{2\times 5}\cdot\frac{5}{5z+9}\right) dz$$

$$x = \frac{2}{5}\left(z + \frac{7}{10}\ln|5z+9|\right) + C$$

$$x = \frac{2}{5}z + \frac{7}{25}\ln|5z+9| + C$$

" كمل جميلك بقا يا جح وعوض عن الـ z "

$$z = 2x+y$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}(2x+y) + \frac{7}{25}\ln(10x+5y+9) + C$$

* الحل الثاني

عشان فارقت جت صح في الـ x او في الفوق الآخر.

* تابع مزايا بقا هتعملي

صح طبعًا ←