حل معادلات تفاضلية من الرتبة العليا

Date / / No

أولاً: طريقة المعاملات

$$y'' + y' + C y = 0$$

(1) نكتب المعادلة على صورة

$$m^2 + m + C = 0$$

(2) نحل المعادلة المساعدة

(3) نكتب الحل العام حسب جذور المعادلة المساعدة

* وفي أساسه هيطلعلك معادلة وفرسيتم فيها حلها بنفس الطريقة اللي فوق بس ومنها هات الـ m

حسب قيم الـ m

- $m_1 \neq m_2$ جذرين حقيقيين مختلفين: $y_c = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$ (الحل العام)
- $m_1 = m_2$: $y_c = C_1 e^{m_1 x} + C_2 x e^{m_1 x}$ ليه بنضيف x؟ عند التكرار!
- تخيلي وحقيقي $\alpha \pm \beta i$: $y_c = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

~~y_1 y_2~~

* لما y_1, y_2 يبقوا مستقلين خطيا

حيث $\frac{y_2}{y_1} \neq$ ثابت (x)

$\frac{y_2}{y_1} = u(x)$ x ومعادلة في (1)

$y_2 = u(x) y_1$

$u(x) = \int \frac{e^{-\int P(x)\,dx}}{y_1^2}$

$P(x)$: معامل y' بشرط y'' يكون معامله $= 1$

لو تحقق يبقا مستقلين خطيا

ليه بنضيف x عند التكرار؟

Dar kareem

Date / / No

Ex(1)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y'' - 5y' + 6y = 0$$

الحل

let

$$y = e^{mx} \neq 0$$

$$y' = me^{mx}$$

$$y'' = m^2 e^{mx}$$

نوجد المشتقات في المعادلة

$$\therefore m^2 e^{mx} - 5me^{mx} + 6e^{mx} = 0$$

$$e^{mx}(m^2 - 5m + 6) = 0$$

وبما أن e^{mx} لا تساوي الصفر

$$\therefore m^2 - 5m + 6 = 0$$

$$(m-3)(m-2) = 0$$

$$\therefore m_1 = 3, \quad m_2 = 2 \quad \text{حقيقيين مختلفين}$$

$$\therefore y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x} \quad (\text{الحل العام})$$

$$\therefore y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$$

y_1 y_2

#

لقد تعلمت بعد كذا في حل طول متغير كل اللي فات دا

Ex(2) Date / / No

اوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية

$$y'' - \underbrace{4}_{P(x)} y' + 4y = 0$$

حل آخر

Soln

$$m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$(m-2)(m-2) = 0$$

$$m = 2$$

$$\therefore y_c = c_1 e^{mx} + c_2 x e^{mx}$$

$$= c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$$

y_1 ، y_2

سؤال كمان:

اثبت ان y_1, y_2 مستقلين خطياً:

$$\frac{y_2}{y_1} = u(x)$$

$$y_2 = u(x)\, y_1$$

لو اثبت برهان ان مستقلين خطياً

قانون

$$u(x) = \int \frac{e^{-\int P(x)\,dx}}{y_1^2} = \int \frac{e^{-\int -4\,dx}}{(e^{2x})^2} = \int \frac{e^{4x}}{e^{4x}}\,dx = x$$

$$y_2 = u(x)\, y_1 = x e^{2x}$$

ورحافعلاً y_2

مستقلين خطياً

Date / /

Ex(3)

أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية :

$$y'' + y = 0$$

$$m^2 + 1 = 0$$

بالآلة: MODE 5 3

a	b	c
1	0	1

$\therefore m = \pm i$

$\therefore \alpha = 0 \quad , \beta = 1$

$\therefore y_c = e^{\alpha x}(C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x)$

$\therefore y_c = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

هذا هو الحل
في طلاب القادم