المحاضرة 1 — المعادلات التفاضلية

الفصل الأول

أنواع المعادلات

جبرية

Ex $x^2+3+5=9y$

تفاضلية: تحتوي على احدى تفاضلات الدالة

عادية: الدالة لها متغير مستقل واحد $y(x)$

تابع، مستقل

Ex $\frac{dy}{dx}+5xy=0$

Ex $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}+x=0$

جزئية: الدالة لها أكثر من متغير مستقل $z(x,y)$

Partial

Ex $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=5xy$

أولاً: المعادلات التفاضلية العادية

الخواص

1) **الرتبة**: رتبة أعلى مشتقة في المعادلة

2) **الدرجة**: الأس المرفوع لأعلى مشتقة في المعادلة.

3) **الخطية**: تعتمد على المتغير التابع "يعني y متكونش مضروبة x نفسها"

"أو أسها 1 غير كدا متبقاش خطية"

4) **التجانس**:

متجانسة: كل المعادلة x أو y وليس كلاهما.

غير متجانسة: اذا احتوت المعادلة على x و y معاً.
او x وثابت.
او y وثابت.

٥) الحل العام للمعادلة : الحل الذى يحتوى على عدد من الثوابت مساوى لرتبتها (المعادلة).

٦) الحل الخاص أو الوحيد : الحل المستنتج من الحل العام بعد تعيين الثوابت.

Note : "مافيش اوس كسر بنفع أشتغل عليه لازم الأس لرقم طبيعي"

أوجد خواص المعادلات الآتية

$$[1]\quad y'' + 5y' + 2y = 0$$

الحل

له الرتبة الثانية ، الدرجة الاولى ، ~~غير~~ خطية ، ~~غير~~ متجانسة

$$[2]\quad \frac{d^2y}{dx^2} + xy' + x^2 = 0$$

له الرتبة الثانية ، الدرجة الاولى ، ~~غير~~ خطية ، غير متجانسة.

$$[3]\quad (y'')^2 + x^3 y y'' + y\cos x = 1$$

الحل

له الرتبة الثانية ، الدرجة الثانية ، غير خطية ، غير متجانسة.

$$[4]\quad 1 - y' + (5 - 2y')^{3/2} = 0$$

"لازم اضبط الاوس وراحه نأخذ الضرب $2\times$"

$$1 - (y')^2 + (5 - 2y')^3 = 0$$

له الرتبة الاولى ، الدرجة الثالثة ، غير خطية ، غير متجانسة

تكميلات الفصل الأول

Ex (1)

أكتب المعادلة التفاضلية التي تمثل منحنى الدالة $y = f(x)$ والتي يكون فيها ميل المماس للمنحنى عند أي نقطة (x, y) مساويا لمجموع بعدي النقطة عن المحورين x , y

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

Ex (2)

اكتب المعادلة التفاضلية التي تمثل حركة جسيم يتحرك في خط مستقيم تحت تأثير عجلة تتناسب عند أي لحظة مع سرعة الجسيم وثابت التناسب هو α ؟

العجلة

$$\therefore a = \frac{x}{t^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \frac{dx}{dt} \quad \#$$

Ex (3)

إذا كان لتر الكحول يتبخر بمعدل يتناسب مع كمية الكحول الموجودة، حيث ثابت التناسب له . أكتب المعادلة التفاضلية التي تمثل كمية الكحول الموجودة عند أي لحظة t ؟

$$\therefore \frac{dQ}{dt} = -\alpha Q \quad \#$$